メディア産業の「集中度・多様度指標」への公理論的アプローチ（発表メモ）
情報通信学会・情報通信政策フォーラムセミナー

2009 年 9 月 16 日
鬼 木　甫
㈱情報経済研究所

I.　目的

メディア産業における事業者数と事業者シェアが与えられたときの集中度・多様度指標を見出すこと。

定義：　n:　事業者数

$s=(s_1,...,s_n)$:　事業者シェア

ただし　$s_i \geq 0$，$i=1,...,n$；$\sum s_i = 1$;

$i \leq j$ であれば、$s_i \geq s_j$（事業者をシェアの降順に並べる）

とする。

$f(n,s)$:　「指標」

（「f の望ましい性質」について → III.）

II.　従来のアプローチ

A:　Herfindahl Index (HHI):

$$f_1(n,s)=\sum_{i=1}^{n} s_i^2 .$$

産業における「集中度」の指標として広く使われている。

メディア・コンテンツの「多様度」については考えられていない。

B:　Noam Index (NI)：

$$f_2(n,s)=\left(1/\sqrt{\bar{n}}\right)\sum_{i=1}^{\bar{n}} s_i^2 ,$$　ただし

$$\bar{n}=\max\left\{i : s_i \geq 0.01\right\} \leq n:$$

シェアが 1%を下回らない事業者の数

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

cf. Eli Noam, “How to measure media concentration,” *FT.COM*, August 30, 2004 <URL: 省略>。

特色： HHI を拡張して、事業者数増加によるコンテンツ多様性増大の影響を考慮した。

問題点： n が増大し、微少シェアの事業者数が多数に上る場合、「シェア 1%以下の事業者の存在は指標に影響しない」として切り捨てていること。コンテンツ数が多い場合（ブログなど）に不便ではないか。また国家規模の市場を考察する場合、コミュニティ等小規模市場が問題の場合など、対象の性質が大きく異なる場合に不便ではないか。なおこの指標は IIIC の後半（連続性他の条件）を満たさない。

III. 指標が満たすべき性質（公理）

A: 基本的性質：

1. $f(n,s) \geq 0$.

2. $n < m$, $s^1 = (s_1^1,...,s_n^1)$, $s^2 = (s_1^1,...,s_n^1,0,...,0)$ のとき

$$f(n,s^1) = f(m,s^2) . \tag{3.1}$$

シェアゼロの事業者は指標に影響しない。

3. $s^1 = (s_1^1,...,s_n^1)$, $s^2 = (s_1^2,...,s_n^2)$, $1 \leq i < n$ のとき、

ある i $(1 \leq i < n)$ について

$$s_i^2 = s_i^1 - \in, \; s_{i+1}^2 = s_{i+1}^1 + \in, \; \in > 0, \; s_i^2 \geq s_{i+1}^2 ; \tag{3.2}$$

すべての $j \neq i$ かつ $j \neq i+1$ について $s_j^2 = s_j^1$,

であれば、

$$f(n,s^1) < f(n,s^2) . \tag{3.3}$$

集中度が低下すると、指標は増大する。

（ f による選好は HHI, NI に比べ逆方向になっていることに注意。）

4. （2. と 3. の結果：）

$s^1 = (s_1^1,...,s_n^1)$, $s^2 = (s_1^1,...,s_{n-1}^1,s_n^2,s_{n+1}^2)$, $s_n^1 = s_n^2 + s_{n+1}^2$, $s_n^2 > s_{n+1}^2 > 0$, のとき

$$f(n,s^1) < f(n+1,s^2) . \tag{3.4}$$

事業者数が増大しかつ集中度が増大しなければ、指標は増大する。

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

B: $f(n,s)$ は s について凹関数：

$0 \le t \le 1$ のとき、

$$f(n, ts^1 + (1-t)s^2) \ge tf(n, s^1) + (1-t) f(n, s^2)\,, \tag{3.5}$$

ただし

$$ts^1 + (1-t)s^2 = (ts_1^1 + (1-t)s_1^2, \ldots, ts_n^1 + (1-t)s_n^2)\,.$$

「平均値の指標は、指標の平均値を下回らない。」

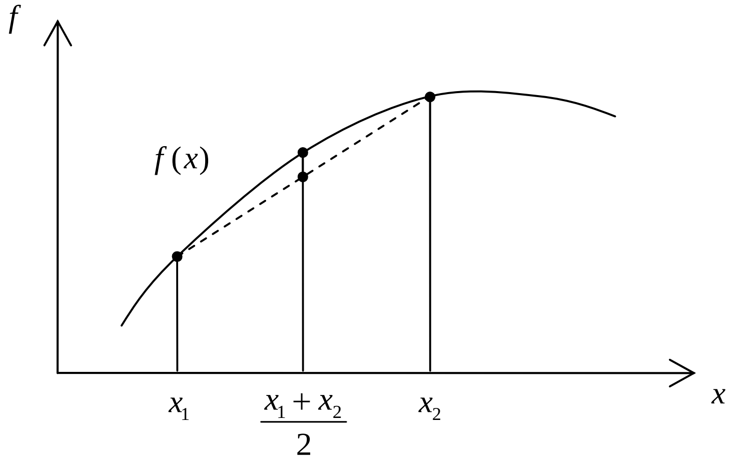

図 IIIB.1： １変数 x の凹関数 $f(x)$ の例 $(t = 1/2)$

C: 技術的条件：

$f(n,s)$ はすべての $n \ge 0$，$s \ge 0$ について定義されている。

$f(n,s)$ は連続かつ滑らか（微分可能）。

IV. 指標の作成例（Gini 係数を拡張）：

A: 単純ケース（線型指標）：

1. 定義

多様度： n に比例して増大

集中度： 累積シェアの増大とともに増大

$S_1 = s_1$，$S_2 = s_1 + s_2, \ldots,$ $S_n = 1$; すなわち、

$S_i = \sum_{j=1}^{i} s_j$，$i = 1, \ldots, n$ （累積シェア）とする。

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

$$f_3(n,s)=\sum_{i=1}^{n}(1-S_i)+1 \tag{4.1}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(1-\sum_{j=1}^{i}s_j)+1. \tag{4.2}$$

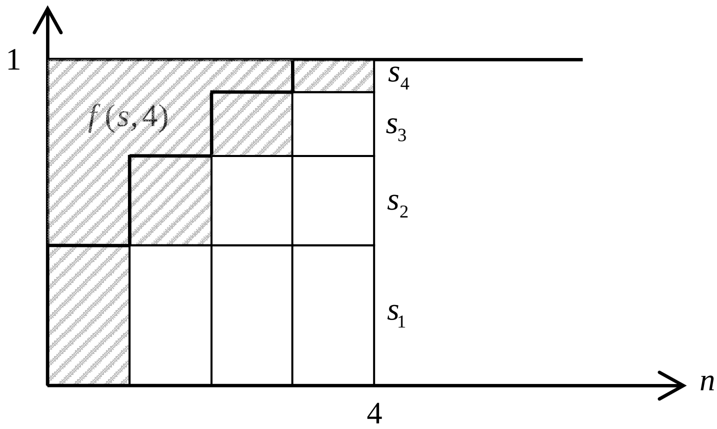

図 IV.1：　の n＝4の場合の例示（Gini 曲線の n 軸を延ばしたもの）

2.　$f_3(n,s)$ は「事業者順序の平均」に等しい：

$$f_3(n,s)=\sum_{i=1}^{n}is_i\ . \tag{4.3}$$

証明（→ V.）

意味：　$f_3(n,s)$ は同時に 2 個の「加重平均（合計）」になっている：

(a)　事業者順位 (i) を同シェア (s_i) で加重平均：

コンテンツ数増大にともなって i が増加し、指標が上昇する。

(b)　事業者シェア (s_i) を同順位 (i) で加重合計：

事業者シェアが高い（低い）ほどウェイトが小さい（大きい）。
集中度増大にともなって指標が低下する。

3.　$f_3(n,s)$ の性質：

(a)　公理（III.）を満たす：

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

III. A：（ほとんど自明、説明省略）

III. B： (3.5) は等号で成立。

III. C：（自明）

(b) $n>0$ が与えられたとき、 $f_3(n,s)$ は「均等シェア」 $(s_i=1/n, i=1,...,n)$ のとき最大値をとる。

証明：（IIIA.3 から自明）

$$g_{31}(n)=f_3(n,(1/n,...,1/n))$$

$$=\sum_{i=1}^{n} i(1/n)=(1/n)(1/2)n(n+1)=\frac{n+1}{2}.$$

(4.4)

(c) 不均等シェア（シェアが一定数で逓減）の例：

$n>0$ が与えられたとき、

$$\Delta_n=2/\{n(n+1)\}, \qquad \text{（減少幅）} \tag{4.5}$$

$$s_i=(n-i+1)\cdot\Delta_n,\ \ i=1,...,n, \tag{4.6}$$

とし、この s について

$g_{32}(n)=f_3(n,s)$ とする (4.7)

$$g_{32}(n)=\sum_{i=1}^{n} i\cdot(n-i+1)\cdot\frac{2}{n(n+1)}$$

$$=\frac{2}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{n}\left\{(n+1)\sum_{i=1}^{n} i-\sum_{i=1}^{n} i^2\right\}$$

$$=\frac{n+2}{3}. \tag{4.8}$$

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

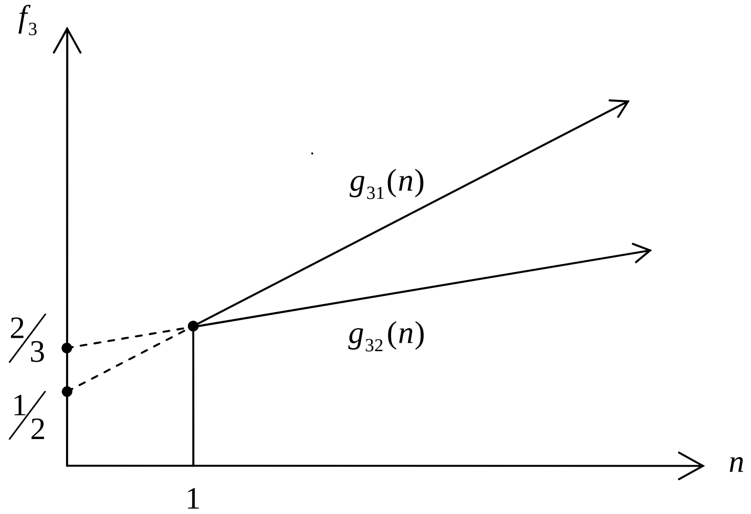

図 IV.2： g_{31}, g_{32} のグラフ

4. $f_3(n,s)$ の問題点：

(a) 指標がコンテンツ数増加に比例して増大（← IVA.3）。

実際は「逓減的に増大」するのではないか（→ 図 III.2 のグラフは凹であるべき）。

(b) 指標の関数が s に関して線型。

実際は s に関して凹であるべき。

B: 修正ケース（1）——IVA.4(a)の修正

1. 定義：

$$f_4(n,s;\alpha) = \sum_{i=1}^{n} i^{\alpha} s_i\ ,\ \ 0 < \alpha \le 1;$$

α ： 多様度増大が指標に及ぼす影響の程度をコントロールするパラメター。

$$f_4(n,s;1/2) = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{i}\, s_i\ .$$ （指標 EN との近縁性）

$$f_5(n,s) = \sum_{i=1}^{n} (\log i) s_i\ .$$

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

2. f_4, f_5の性質：

(a) III.A～C の条件はすべて満たす（証明は自明）。

(b) 均等シェアの場合（→ IVA.3(b)）：

$$g_{41}(n,s;\alpha)=\sum_{i=1}^{n} i^{\alpha}(1/n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} i^{\alpha}\ .$$

$$g_{42}(n,s;1/2)=(1/n)(1+\sqrt{2}+...+\sqrt{n})\,.$$

$$g_{51}(n,s)=\sum_{i=1}^{n}(\log i)(1/n)\,,$$

$$=(1/n)\log(n!)\,,$$

$$=\log(n!)^{1/n}\,.$$

ただし$n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot ......\cdot(n-1)\cdot n$.

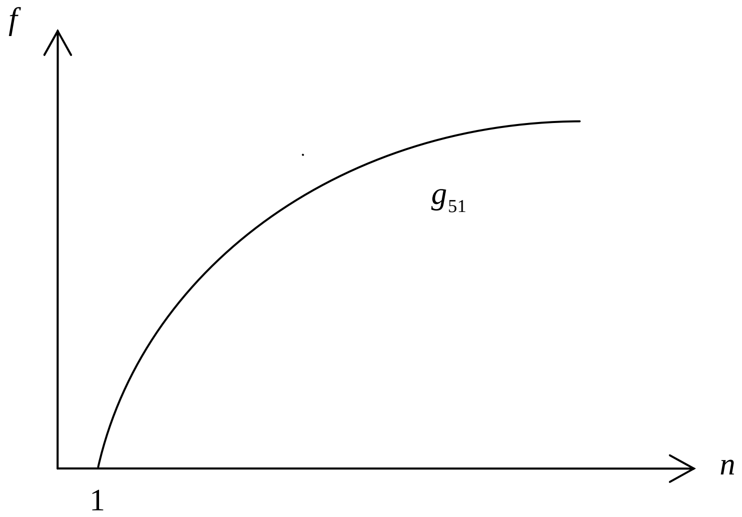

図 IV.3： g_{51}**のグラフ**

C: 修正ケース（**2**）——**IVA.4(a)(b)**の修正

1. 定義：

$$f_6(n,s;\alpha,\beta)=\sum_{i=1}^{n} i^{\alpha} s_i^{\beta}\ ,\ \ 0<\alpha\le 1,\ \ 0<\beta\le 1.$$

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

β：　シェア差（集中度の差）が指標に及ぼす影響の程度をコントロールするパラメター。

2. f_6の性質：

(a) III.A～C の条件はすべて満足する。

（$x^\beta (0 < \beta \le 1)$は 2 階微係数がマイナスなので、$x$の凹関数になることに注意。）

3. 推奨指標：

$\alpha = \beta = 1/2$.　（単純・簡明）

$f_6(n, s; 1/2, 1/2) = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{is_i}$.

V. 証明（→ **IVA.2**）

目標：

$$L = L(n,s) = \sum_{i=1}^{n} (1 - \sum_{j=1}^{i} s_j) + 1, \tag{5.1}$$

$$R = R(n,s) = \sum_{i=1}^{n} is_i \text{ のとき、} \tag{5.2}$$

$$L = R\text{, ただし} \tag{5.3}$$

$$n \ge 1;\ s_i \ge 0,\ i = 1, ..., n; \tag{5.4}$$

$$1 \le i \le j \le n \text{　のとき　} s_i \le s_j; \tag{5.5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} s_i = 1; \tag{5.6}$$

$$s = (s_1, ..., s_n). \tag{5.7}$$

証明：

nに関する数学的帰納法を使う。

(a) $n = 1$のとき：

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

$$L=\sum_{i=1}^{1}(1-\sum_{j=1}^{i}s_j)+1=(1-\sum_{j=1}^{1}s_j)+1=(1-1)+1=1,$$

$$R=\sum_{i=1}^{1}is_i=1\cdot s_1=1;$$

したがって $L(1,s)=R(1,s)$.

(b) (5.4)～(5.7) を満たす n,s について $L(n,s)=R(n,s)$ を仮定する：

$$\sum_{i=1}^{n}(1-\sum_{j=1}^{i}s_j)+1=\sum_{i=1}^{n}is_i\,. \tag{5.8}$$

(c) 次に

$$n+1>0;$$

$$t_j\ge 0,\quad 1,...,n,n+1; \tag{5.9}$$

$$\sum_{i=1}^{n+1}t_j=1;\quad \text{が与えられたとする。} \tag{5.10}$$

ここで

$$T=\sum_{i=1}^{n}t_i\ \text{とすれば、} \tag{5.11}$$

(5.10) から

$$T=1-t_{n+1}\,. \tag{5.12}$$

なお後の演算のため、与えられた t について

$$s_i=t_i/T\,,\ \ i=1,...,n \tag{5.13}$$

とすれば、これは (5.5) ～ (5.7) を満たす。

$$L=L(n+1,t)$$

$$=\sum_{i=1}^{n+1}(1-\sum_{j=1}^{i}t_j)+1, \qquad \text{（}L\text{の定義から）}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(1-\sum_{j=1}^{i}t_j)+(1-\sum_{j=1}^{n+1}t_j)+1\,. \qquad \text{（和を分割する）}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}T(1/T-\sum_{j=1}^{i}(t_j/T)+1-1)+0+1) \qquad \text{（式の変形、(5.10)）}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}T(1-\sum_{j=1}^{i}(t_j/T))+\sum_{i=1}^{n}T(1/T-1)+1 \qquad \text{（項の組換え）}$$

$$=T\sum_{i=1}^{n}(1-\sum_{j=1}^{i}s_j)+n(1-T)+1 \qquad \text{（(5.13) と式の変形）}$$

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/

$= T(\sum_{i=1}^{n} is_i - 1) + n(1-T) + 1$ （(5.8) の仮定）

$= \sum_{i=1}^{n} it_i - T + n(1-T) + 1$ （(5.13)）

$= \sum_{i=1}^{n} it_i + (n+1)(1-T)$

$= \sum_{i=1}^{n} it_i + (n+1)t_{n+1}$ （(5.12)）

$= \sum_{i=1}^{n+1} it_i$

$= R(n+1, t)$.

（証明終）

oniki@alum.mit.edu
www.ab.auone-net.jp/~ieir/