

論説・タイトル

『東京，ロンドン市場短期金利と日経平均株価のボラティリティ変化』\*  
英文タイトル

*Volatility movements of the Call, TIBOR, LIBOR and the Nikkei Stock Average*

(要旨)

本稿は，短期金利の代表的な銘柄であるコールレート，東京市場とロンドン市場の短期金利を代表する TIBOR, LIBOR について，ヒストリカルボラティリティが時間変化に対して一定かどうか実証分析を行った。推定方法として，ARCH と ARMA を利用して，運動式の推定，誤差項の運動の推定を比較した。ボラティリティが時間変化と共に大きく変動する日経株価平均と対比させた結果，金利市場では短期にはランダム・ウォークを，中期にはボラティリティが変化している可能性が高いことが明らかとなった。

(キーワード)

ヒストリカルボラティリティ，日経平均，短期金利，ARCH, ARMA

英文要旨

This paper tests the movements of short run interest and Nikkei stock average, whether historical volatility of Call, TIBOR and LIBOR were changing or not. We used the method of ARMA and ARCH, and compared the error terms for equation of the motion, standard deviations and estimators. We could conclude the money market variables like TIBOR, LIBOR and the stock prices were randomly walking in the short run, but the volatility of money market interest rates varied with time in the medium time span.

JEL. C13, C22, E43, E44

大阪学院大学経済学部 教授 里麻克彦 (Katsuhiko Satoma)

---

\*この研究には，大阪学院大学研究助成費の成果のいくつかが含まれている。

## はじめに

金融資産のダイナミックな変動は、投資家にとって、利益と損失の源である。一本調子の上昇局面しかない場合、バブル経済では、それは厳に区別されねばならないものであるが、ダイナミックな変動が大きいほど、金融取引は増加するゆえんである。ブラック・ショールズのオプション価格理論をコアとする金融工学では、金融資産の変動については確率変動を想定しており、さらにそれがボラティリティー一定の構造となっている。すなわち、当該の時間領域では標準偏差または分散が一定であり、あたかも平均価額を中心に上下動を繰り返すランダム・ウォークを想像させる。ただし、オプションプレミアムの理論値は、事後的なボラティリティーを代入して計算されるから、モデルに課せられた事前的な枠組みはあまり考慮しなくてもいいのかも知れない。

しかし、現実の資産価格変動においては、ボラティリティーは必ずしも一定ではなく、ある種の法則で変動していたり、大小のでたらめな値をとる傾向がある。本稿では、株式価格におけるボラティリティー変動の事実を確かめ、市場金利の代表値であるコール金利、ユーロ円市場金利について、ボラティリティーの変動をテストする。この目的のため、最初にオプション理論におけるボラティリティーの役割を整理する。次に、日経平均株価の変動と株価収益率のヒストリカルボラティリティーを検証する。さら。同じような手順をコール市場とユーロ円市場についてテストする。これらの結果から、ボラティリティーの変化が一定の場合と変化する場合があることが明らかとなり、時系列分析を用いてボラティリティーの動きを分析する。そこでは、ボックス・ジェンキンス法による運動式の推定、条件付き分散不均一を想定した自己回帰モデル ARCH の推定で、短期金利変動のボラティリティー変動を明らかにする。

## 1. オプション理論とボラティリティー

オプションプレミアムの理論におけるブラック・ショールズモデルは、株式価格は非負の対数正規分布にしたがうものとして、収益について Weiner 過程を仮定するから、収益はドリフトと固定ランダム項で記述さ

れる。そして、モデルでは、裁定条件を導入することで、ボラティリティの項目が消去される。つまり、リスクニュートラルな投資家によるオプション売買を想定して、モデルの枠組みからは、危険指標としてのボラティリティは除外されるか一定に等しい。

彼等のモデルは次のように展開される。株式価格の表記を  $b(t)$  とする。価格は、一般に正值をとるから対数正規分布に従う。彼等のモデルでは、収益がウィナー過程として変化することを仮定しているため、株式の市場価格の変化分は確率過程の増分と等しい。

ウィナー過程の形式から、収益は価格自体のトレンドとボラティリティの和と表され、(1)式の *Ito* プロセスとして定義される。一方、オプション・プレミアムは、確率変数としての株価の変動によって変化する。したがって、プレミアム  $c$  は、株価と時間を変数として  $c(b(t), t)$  と書ける。さらに、テーラー展開による二次近似までの関数の多項式展開および伊藤のレンマから、(2)式のように展開される。

$$(1) \quad db(t) = \mu(x, t) \cdot dt + \sigma(x, t) \cdot dW(t),$$

$$(2) \quad dc = \frac{\partial c}{\partial t} dt + \frac{\partial c}{\partial b} db + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial b^2} \cdot (db)^2, \\ = \left( \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial b^2} + \frac{\partial c}{\partial b} \cdot \mu \right) dt + \frac{\partial c}{\partial b} \cdot \sigma \cdot dW(t).$$

オプション・プレミアムの増分(2)式では、第1項に  $dt$  のトレンド、第2項にボラティリティ変化による不確実性  $dW(t)$  が含まれている。ブラック・ショールズモデルでは、この  $dW(t)$  を消去して、ボラティリティが一定のオプション・プレミアムを導き出す。

これらの手順は、一見何でもないように見えて、数式展開のテクニックの一つのように見える。ところが、運動方程式から不確実性の項目を除去してしまう大きな変換が行われている。不確実性を消去することは、モデルが扱いやすくなる反面、モデルに本来含まれるべきであった項目が、展開の便宜のために除去されてしまうかも知れない。このように考えれば、ブラック・ショールズモデルでは、時間の変化に際してボラティリティが一定であるというアドホクな仮定をおいている。しかし、一

定でないとするれば、根本的な欠陥を含んでいると言える。

ボラティリティ一定としてそれをモデルから消去する手順は、株式とオプション・プレミアムの適当な組み合わせを作ることから可能となる。ポジションをヘッジするため裁定条件を組み込んで、ヘッジ株式として  $b(t)$  の1単位の買いとオプション  $[1/(\partial c/\partial b)]$  単位の売りを同時に実行する。さらに、(1)式から(2)式に、 $[1/(\partial c/\partial b)]$  をかけたものの差をとると、不確実性の  $dW(t)$  は消去される。この結果、評価式からはリスク要因が除去されて、前述の危険中立な評価式を得る。

$$(3) \quad db - \frac{dc}{\left(\frac{\partial c}{\partial b}\right)} = \left( \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial b^2} \right) \cdot \frac{-1}{\left(\frac{\partial c}{\partial b}\right)} \cdot dt.$$

(3)式の右辺は、ポジションをヘッジした株式価格の変化に等しい。資産市場の均衡状態では、裁定が成立すから、ヘッジポジションの期待収益率と短期金利は等しくなる。一方、ボラティリティ  $dW(t)$  が消去されて、ヘッジによる投資額の受取収益は、安全資産の短期金利と等しい。さらに、それはヘッジ額に短期利子率  $r$  と経過時間  $dt$  をかけた額に等しい。このことから、ポジション(3)式左辺の短期変化から、株式ヘッジポジション額  $(b - c/(\partial c/\partial b))$  の  $r \cdot dt$  倍となる。

オプション・プレミアムに対して、 $r$  を無危険利子率とすると、投資家はリスクの選好と全く無関係となる。すなわち、オプション・プレミアムの決定過程では、リスクもしくはボラティリティがモデルにはじめから組み込まれていないか、暗黙的に一定のものと想定されている。本稿の分析目的は、この点に関連している。

## 2. ボラティリティの変化

ブラック・ショールズのモデル展開には、不確実性を除去したことによって、いくつかの根本的な問題を含むことになる。たとえば、ボラティリティは時間変化と共に実際は変化している。すなわち、過去の一時期の標準偏差に比べて、現在により近い期間の標準偏差が大きいかもしれない。期近の株式変動にバブル期の影響は残っているかも知れないが、

プラザ合意期の株価変動の影響が、期近のゼロ金利解除期のデータと同じように株価形成に寄与しているとは考えにくい。また、あえてリスクをとって投資機会をうかがう投資家にとって、ボラティリティの変化がないということは、投資誘因が欠如しているに等しい。ボラティリティが一定であれば、あえて危険をとって投機的に株取引に参加し、実際のダイナミックな株価形成に寄与することはあり得ない。

なおオプション・プレミアムの価格決定式は、(3)式の危険中立的な評価式が熱伝導方程式であることを利用して解いている。よく見慣れた解法であるが、コールやプットの価値を境界条件として与えると解くことができる。すなわち、株式価格が対数値であったことから、 $S$  は非対数値の原資産の市場価格、 $K$  を権利行使価格、 $f$  を対数正規密度関数、 $m$  を標本平均を計算する。熱伝導式に変換された偏微分方程式は、次の(4)式の解を持つ。なお、 $m$  は対数正規分布の平均である。この積分形から、権利行使価格を上回る確率領域の利得  $(S - K)$  の数学的期待値を、 $\exp(-rt)$  によって現在価値に直したものが、コールのオプション・プレミアムとなっている。

$$(4) \quad C = \exp(-rt) \cdot (S - K) \cdot \int_K^{\infty} f(S) dS ,$$

$$f(S) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} \cdot \frac{1}{S} \cdot \exp\left[-\frac{(\ln S - m)^2}{2\sigma^2 t}\right], \quad x = \ln S, \quad S = \exp(x),$$

$$\left( f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} \cdot \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2 t}\right], \quad x \sim N(\mu, \sigma^2) \right),$$

$$E(S) \equiv m = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right), \quad \text{Var}(S) = \exp(2\mu + \sigma^2) \{\exp(\sigma^2) - 1\}.$$

(4)式には、株価の平均  $m$  と分散  $\sigma^2$  の母数が含まれて、このままでは解けない。株価の平均  $m$  は対数正規分布をしているから、対数価格ベースの平均を求めて  $\exp(m + \sigma^2/2)$  となる。さらに、株式に配当はなく、それは最終期  $T$  までの連続的な  $r$  で運用したものと等しいと想定する。この結果、運用期間にあわせて  $\sigma^2$  を  $T \times \sigma^2$  とおけば、次が成立する。

$$(5) \quad \exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right) = S \cdot \exp(r \cdot T), \quad \dots T \rightarrow, \quad m = \log S + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T.$$

これにより、 $\sigma$  がヒストリカル・ボラティリティにせよ、インプライド・ボラティリティにせよ、市場から与えられると、同時に平均  $m$  も決まり、コール・オプション・プレミアムは確定する。

最初にリスクニュートラルな投資家を想定して、ボラティリティのない株式と他の無リスク金利資産による裁定モデル作成する。しかし、最終的には、コールかプットによるが、権利行使価格を上回るか下回る確率領域の利得の現在割引価値を計算して、プレミアムの期待値を求める。モデルの構築上で奇妙な結論であるが、ボラティリティのない裁定モデルから、一定と見なされたボラティリティで期待値は確定する。ヒストリカル・ボラティリティにせよインプライド・ボラティリティにせよ、ブラックショールズモデルでは、組み込まれたボラティリティは変化がないことを想定している。

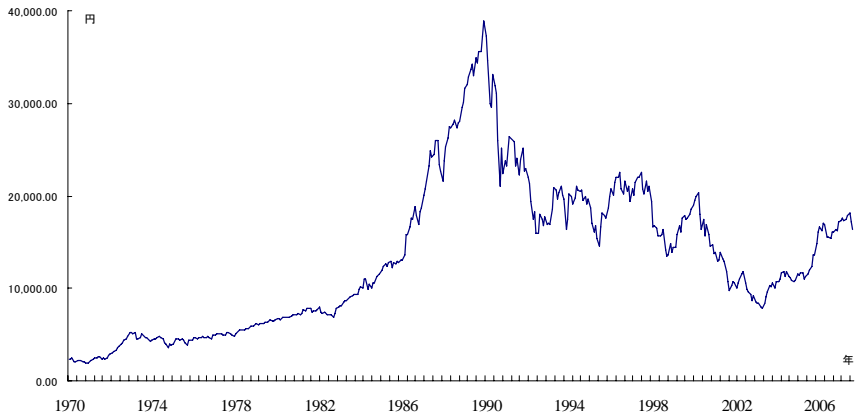
### ボラティリティの長期的な変化

オプション理論の前提が妥当かどうかを判断するため、ボラティリティが一定かどうか、株式価格の変動で確認する。図-1-(1)は、1970年から2007年10月までの日経平均株価終値の散布図である。散布図では、いくつかの特徴を読み取ることができる。図からは、5段階に分類して、市場の局面を特徴づけることができる。

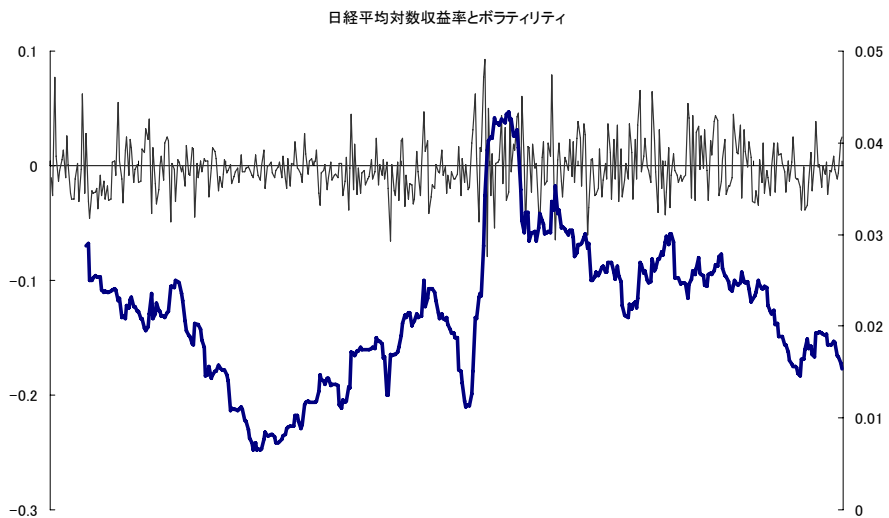
(1)1986年前後から株式価格は、上昇を始める。1987年10月19日に発生した世界同時株安、ブラックマンデーにより一時急落したが、1989年12月の38,915.87円の記録的な高値に向けて上昇を続ける。この背後には、ドル安回避のための国際協調から、低金利政策をとり、5.0%から段階的に2.25%に金利低下が続き、それが2年3か月あまりも続いたことによる。(2)1989年に資産市場インフレの様相を帯びてきた市場を沈静化させるため、金利が89年5月に3.25%、90年3月に5.25%に引き上げられる。この結果、株式価格は急落して90年3月には29,980.45円となり、ピーク時よりも1万円下落することとなる。1990年をもって、

図-1 日経平均とボラティリティの変化

(1) 日経平均株価終値・1970年1月～2007年8月



(2) 収益率とヒストリカルボラティリティ\*・1971年9月～2007年8月



\* 当日と前日との対数変化率を求め、各期毎に過去20期のデータについて標準偏差を計算した。

金融バブルは崩壊して、金融不況が続くこととなる。(3)1990年から2002年までは、金融不況の継続と調整期に入り、市場は一進一退を続ける。

(4)2003年4月より、株式市場の回復期にはいる。2003年4月28日に、バブル経済崩壊後の最安値7,607.88円を付けた以降、株式市場はチャイナショック等の世界同時株安も経験したが、回復基調にはいる。

(5)2007年8月にサブプライム問題による同時株安が発生する。ブラックマンデーやチャイナショックにおいては、株安は一過性のものであった。ところが、サブプライムショックは、不良債権の出所と証券化されて販売された担保証券の実態がわかりにくいため、不景気が継続する様相を帯びている。

図-1-(2)には、株価収益率のヒストリカルボラティリティが図示されている。これを求めるためには、定義として、株価の収益率は価格変化率の対数値として次のように表すことができる。

$$\text{株価収益率} \equiv (\text{対数収益率}) = \log (t \text{ 時点の株価} \div t-1 \text{ 時点の株価})$$

表における数値は、定義によって最初のデータから432個の最終データまで前後の変化率を逐次求め、その対数値を各期毎に過去20期遡って標準偏差を計算している。ここで、細い実線と左の軸は株価収益率の変動を表し、太い実線と右の軸単位は先の手順で定式化したヒストリカルボラティリティを表している。

株価収益率の変動は、直接された変化率が1、したがって対数収益率0の廻りにランダムで変動しているように見える。一方、ヒストリカルボラティリティは、株価の変動を強く反映して、図-1-(1)における株式価格の変動と連動しているように見える。すなわち、株式価格のボラティリティは一定ではなく、実際の株価変動の動きに前後するように変動していると見なせる。このことは、リスク要因をモデルから除去して、ボラティリティ一定の仮定の下で組み立てられているオプションプレミアムの理論とは矛盾していることとなる。



## 2.中・短期の金利変数コールレート

前節で取り上げたボラティリティは、株価収益率の標準偏差であり、それは一般的にはヒストリカルボラティリティと呼ばれる。また、実際の価格から再計算されたボラティリティはインプライドボラティリティと呼ばれる。後者は、成立した価格から解いているため、投資家の心理状態や市場動向が反映されていると見なせるが、両者は一体の動きをしている。しかしながら、何がボラティリティの変動を引き起こしているか不明である。金利裁定の成立は一つ的前提ではあるが、明らかな変動要因や何かの因果関係を抽出することは困難である。

本節では、短中期の金利について、ボラティリティの変化を分析してみたい。短期の市場レートを代表するものとして、コールレートをあげることができる。コール市場は、金融機関相互の最終的な資金繰り調整の市場である。有担保と無担保条件の取引があり、シェアは約1対2である。無担保コールには、決済日より、オーバーナイト、トムネ、2、3、4、5、6日物、1、2、3週間物がある。

コール市場では、金融機関の資金繰りの最終調整が行われており、期間1営業日内外の取引が市場残高の過半を占めている。図-2には、無担保コール・レートとしてオーバーナイト物とトムネ物の変動が図示されている。期間は2007年3月1日から10月31日の、営業日における日足データ146である。オーバーナイトやトムネとは、無担保コール市場の取引条件に関する略語である。オーバーナイトとは当日に約定と資金の受渡を行い、翌営業日(Over night)に資金決済を行うことを条件とする取引である。この取引形態から、オーバーナイト金利は超短期の市場決定型の金利代表と見なすことができる。日本銀行によるゼロ金利政策においても、政策手段としてオーバーナイト金利をターゲット実質ゼロに誘導するように実施された。

当日に約定に対して翌営業日に資金受渡を行う。オーバーナイトと異なる点は、その翌営業日(Tomorrow Next)を資金決済日とするものである。トムネは、オーバーナイトに次いで、短期間で決済される資金貸借で決まるレートである。我々は、短期金利の代表としてこの二種類の

金利を選択する。

フロー変数における短期と長期は1年を境に分類される。しかし、コールレート、貸出金利や為替レートといったストック変数は瞬間的に調整される場合が多く、フロー変数に比べて調整期間が著しく短い。この点を考慮して、中期的な期間として決済が翌日や翌々日ではなく、7日から14日後に行われる物として、無担保1週間物と2週間物を選んだ。

なお、データの出所は、コール市場で貸借を取り持つ短資会社ブローカー、CentralTanshi.,Co,Ltd のヒストリカルデータベースを利用した。

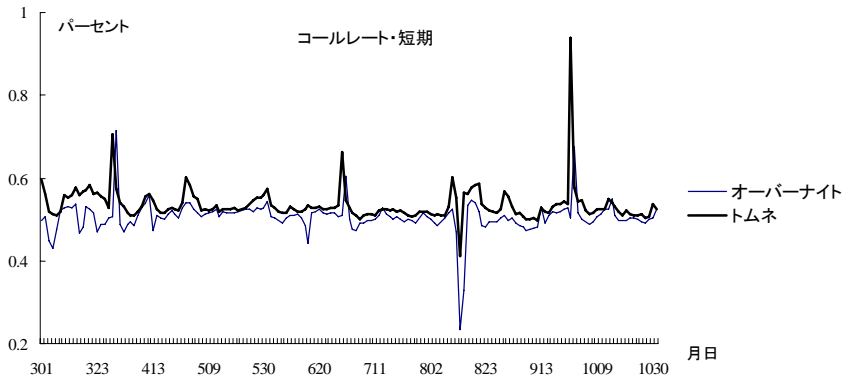
### コールレートの変動：尖った中心

標本に対する統計量の歪度について比較すると、オーバーナイト金利では負の歪度を持ち、トムネでは正の歪度を持っている。このことは、オーバーナイト金利の分布では中央値よりも低い水準に平均値があり、トムネでは中央値は平均値よりも低い水準であることがわかる。分布にゆがみがある場合、分布の中心を表す指標としては、平均値よりメディアンの方が実態をよくあらわしている。または、分散や標準偏差より、平均偏差やクオンタイルのほうが、次数が低い分ばらつきをより適切に表現する。この結果、実際の取引は、前者については平均値よりほんの少し高い水準か、後者では低い水準で取引されていたことが推測できる。なお、実際に取引されたであろう金利水準と統計処理で算出される平均取引水準には、誤差が発生している。この差は、実際の取引水準であるメディアンや単純平均から離れた金利での取引があったことを意味している。この乖離幅が大きいほど、趨勢的な取引水準とかけ離れた取引があったことを示唆している。これに対するヒントは、尖度が与えてくれる。

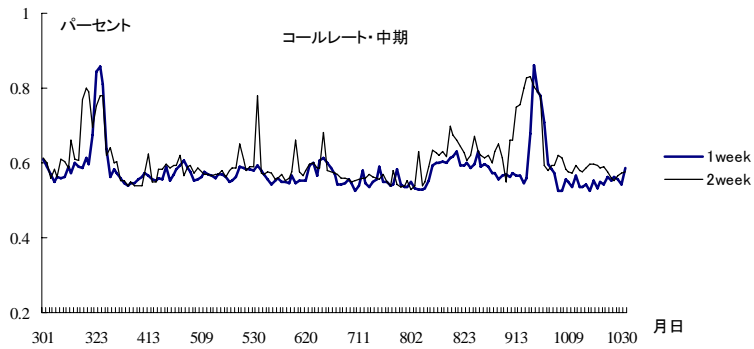
尖度で見ればすべて正の値で、このため正規分布に比べて、すべての分布は尖っていることがわかる。また、尖度とは分布の尖り具合をあらわす無名数であるが、裾の重さを量る尺度でもある。さらに、異常値を含む分布の場合、平均から離れたデータは、尖度の大きさをさらに増幅することになる。ところで、尖度は標本標準偏差と偏差平方和を加工し

図-2 インターバンク市場・コール

[1] 短期コール市場・オーバーナイト (CON), トムネ (CTN)



[2] 短期コール市場・1週間物 (C1W), 2週間物 (C2W)



(分布に関する統計量)	CON	CTN	C1W	C2W
歪 度	-1.15518	5.59661	3.36319	1.84839
尖 度	22.44848	49.23259	12.99542	2.90497
平 均	0.50599	0.53537	0.57849	0.60562
メ ディ ア ン	0.50600	0.52600	0.56500	0.58600
標 準 偏 差	0.03882	0.04277	0.05560	0.06599

でも求められる。求め方は、4 次のモーメントを標準偏差の 4 乗値で割り算して 3 を引いたものである。したがって、平均値から離れた異常値は分散の大きさ以上に尖り度を大きくしている。

図-2-[1]からは、平均値を大きく乖離した 3 ないし 4 個の乖離データがあることがわかる。特に、トムネレートの尖度は、無名数としてオーバーナートの約 2 倍であり、後の 1, 2 週間物の約 4 倍から 16 倍ほどになっている。また、これらの標本のデータでは、期間が長くなるにつれてボラティリティが大きくなるため、標準偏差も大きくなっているが、尖度の大きさは必ずしもこの傾向とは一致しない。しかし、異常値の出現は、経済取引においては、異常なことではない。それは、取引が多いことの照査でもあり、資金決済よりは投機目的で資金の授受が行われている可能性がある。

図-2-[2]では、コールレートの 1 週間物と 2 週間物のデータを、中期の変数として図示している。分布は CON や CTN に比べて、小刻みに変動しており、全系列の変動から計算された標準偏差も期間が長くなるにつれて大きくなっている。これは、期間が長くなるにつれてリスクも拡大してくるため、その関係が如実に表れている。

一方、両レートとも正の歪度を持つため、中央値は平均値よりも低い水準で、分布は高い（右方に）金利水準に歪んでいる。メディアン値は、期間が長くなるにつれておおむね 0.02 % 前後で増加している。同じように標準偏差も緩やかに増加している。このため、中期変動においても、尖度の値のばらつきは期間における異常値と関連づけることができる。

## ユーロ円とユーロ円 TIBOR, LIBOR

図-3 では、ユーロ円 TIBOR とユーロ円 LIBOR 金利の 2007 年 3 月期から 10 月期の営業日データを図示している。ユーロ円市場とユーロ円 TIBOR と LIBOR は異なるものであることに注意しなければならない。ユーロ通貨とは、自国を離れて存在または取引される通貨のことである。その資金源は、輸出業者の代金受け取りの海外運用、円建て貸付などの

海外振り替え，国内金融機関と非金融機関双方からの海外送金などから構成されている。ユーロ円とは，そのような円預金等の円建て金融資産で，典型的には非居住者によるユーロ円債の発行と取引を指す場合が多い。一方，ユーロ円 TIBOR およびユーロ円 LIBOR は，金利先渡取引（FRA：Forward rate Agreement）に際して運用の参考となる指標レートである。

ユーロ円市場では準備預金率が課されず，利子源泉課税の適用除外など，各種の規制や取引慣行にさらされず，自由な取引が可能となっている。このため，規制緩和と自由化の進展から，先のコール市場との金利裁定と密接な関係を持ち，国内短期金融市場の迂回市場となっている。しかし，貿易や国際的な債券売買に関する取引であるため，銀行勘定の中では円コルレス勘定を経由するか，日銀ネットで決済されることになる。

FRA 取引とは，先に述べたように金利先渡取引の略号で，ある期間の金利を相対で事前に売買する契約である。たとえば，変動金利の将来経路を予測して固定金利と比較する。もし利益機会が見いだされそうであれば，将来の予想金利と固定金利などの交換売買取引を行う。この際，元本の貸借は伴わず，金利の差額を相対の当事者間で決済する。具体的には，取引日の契約利率と，決済利率の差額を授受することとなる。取引基準は国内においては，全銀協の準拠基準として，FRA 全銀協タームズ，英国銀行協会タームズがある。

契約利率が決済利率より高ければ，買い手は売り手に差額を支払う。逆に，決済利率が契約利率より高ければ，売り手が買い手に差額を支払うこととなる。契約利率は相対で決定される利率となるが，決済利率として採用されるレートが，ユーロ円 TIBOR，ユーロ円 LIBOR である。

取引の性格から，決済利率は市場実勢を反映し，公表された指標でなければならない。この条件を満たすべく提示されたレートが，(1)東京インターバンク市場出し手レート・TIBOR（Tokyo Interbank Offered Rate）として，(a)360日ベースのユーロ円レート，(b)360日ベースの国内円レート（Jレートともよばれる），(2)ロンドン・インターバン

ク市場出し手レート・LIBOR (London Interbank Offered Rate) ,(c)360日ベースのユーロ円レートがある。我々は中期的な市場金利の指標として、(a)のユーロ円 TIBOR・東京インターバンク・レート, ユーロ円 LIBOR・ロンドン・インターバンク・レートを採用する。なお, ユーロ円 TIBOR は, 数種類の金利について, 1 週間, 1 か月から 12 か月金利の単純加重平均である。

### ユーロ円金利の動向：扁平な分布

ユーロ円金利の東京インターバンク市場とロンドンインターバンク市場の動向は, 図-3 に示されている。歪度は正值をとっているのので, 右に歪みがあり, 高い金利の方に若干の偏りがある。ただし, 先の各種コールレートと比べると歪みは著しく小さい。尖度は, すべての金利変数について負値となり, 正規分布表と比べて扁平となっていて, 異常値の発生が予想し得たコールレートの場合と対照的である。正規分布と比べて, 中央部分が正規分布のそれよりも低く, 分布の裾野で高い状況が続く形状をしている。標準偏差の値は, コールレートの場合と比べて, 東京インターバンク 1 か月レート以外は軒並み高い値となっている。特に, ロンドン市場の 3 か月と 6 か月レートは極めて高い値を示しており, 他の市場に比べてボラティリティは大きくなっていることがわかる。

東京市場とロンドン市場を比べると, 各月とも平均, メディアン値はロンドン市場が高くなっている。歪度についてはばらつきがあるため, 平均値とメディアンの配置関係を, 両市場に特徴づけるものとして一般的な関係を導くことはできない。一方, 尖度については両市場に明確な相違を読み取ることができる。すなわち, 両市場の変数の分布は正規分布よりも扁平ではあるが, 東京市場の分布はどの月においてもロンドン市場より扁平であることがわかる。これに対して, 標準偏差はロンドン市場の方が大きいので, 異常値の出現がロンドン市場より東京市場で出現しやすかったと言えよう。実際, 図-3-[1]においても, 当該期間に数回の異常値を観測することができる。これに対して, ロンドン市場は後半に大きなうねりが観測しうる。しかし, おおむね平均値の廻りで, 東

京市場よりも大きな乖離幅で変動していたことが推測できる。

#### 4. コール市場とユーロ円市場のボラティリティ変化

図-4 と図-5 には、コール市場とユーロ円市場のボラティリティ変化を図示している。ボラティリティを導出する手順は、まず株価の例と同様に、金利の変化分に対する対数値をコール市場・ユーロ円市場収益率と定義する。次に、当日と前日の対数変化を求める。それを過去 20 日に遡って標準偏差を計算し、データのスタート日 20 日後まで繰り返し、計算された数値の流れをヒストリカルボラティリティと定義する。

図-4 には、コールレートの収益率変化とそれに伴うヒストリからボラティリティがグラフに示されている。コールレートの収益率は、次の例ユーロレートの収益率と同じで、株価収益率と同様に計算される。

$$\begin{aligned} \text{コール(ユーロ円)市場収益率} &\equiv (\text{対数収益率}) \\ &= \log (t \text{ 時点のレート} \div t-1 \text{ 時点のレート}) \end{aligned}$$

ボラティリティは、対数市場収益率について、過去 20 日営業日遡った範囲で標準偏差を求め、その流れをヒストリカルボラティリティとしている。なお、標準偏差を 1 年間の時間軸に統一する必要がある。1 年間の営業日を 250 日間と見なせば、250 の平方根を対数値に乘じなければならぬ。しかし、グラフから標準偏差の一定トレンドを確認できるか否かが目的であるため、またグラフの見やすさのために省略している。

コール・オーバーナイト、コール・トムネは、いくつかの大きくふれる値が観察されて、その値をとったあとでボラティリティが増幅している。コールの 1 週間物と 2 週間物は、いくつかの小さな振幅が観察されるが、オーバーナイトやトムネに比較すれば、ボラティリティの変動は小さくと言えよう。これらの変数が、過去の誤差項に影響されて動いているかを判断するのは次節で行われる。したがって、本節では、正規分布と比較して、分布の特性から一様な分布なのか異常値が出ているか判断する。この目的のためには、株式収益率で用いた尖度と歪度の指標が

有益である。コール市場の収益率を確率変数とすれば、2007年3月から10月の日次データによる変動の特性は、次のように要約される。記号について、OVNL, TMNL, OWEL, TWELは、それぞれコール市場オーバーナイト、トムネ、1週間物、2週間物金利を表している。

表-1 コール市場収益率の尖度と歪度

	OVNL	TMNL	OWEL	TWEL
尖度	22.001	23.993	8.368	6.187
歪度	-1.347	0.999	0.578	-0.343

統計量からわかることとして、歪度に比べて、尖度の大きさには大きな差が見られる。尖度の値からは、超短期金利と言えるオーバーナイト・トムネ金利は、他の期間の相対的に長いものと比べて、著しく尖っていることがわかる。グラフからも、これらの二つのボラティリティはいくつかの大きなピークがあり、それは収益率の平均から大きく乖離した異常値のあとに観測できる。これに比べて、1週間や2週間物は、いくつかのピークの出現後に相対的に高いボラティリティは観測できるが、オーバーナイト金利やトムネ金利には及ばない。

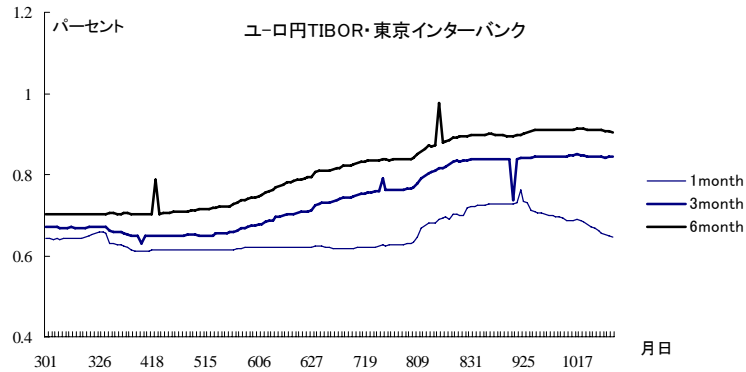
このようなヒストリカルボラティリティのトレンドから見れば、超短期金利では一定のボラティリティとは判断できない。つまり、いくつかの高いヒストリカルボラティリティが出現する前後に、利益機会を得た投資家は大きな利益を獲得できたことが推測できる。また、このような結論からすれば、変数変換前の資産はボラティリティ一定のランダム・ウォークをしていたと見なせないから、誤差項や標準偏差について、何かの法則や変動ルールを想定する必要がある。

ユーロ円市場の統計量は次の表-2に要約されている。YT1L, YT3L, YT6Lはユーロ円東京市場1, 3, 6か月金利を表し、YL1L, YL3L, YL6Lは、それぞれ同期のユーロ円ロンドン市場金利である。

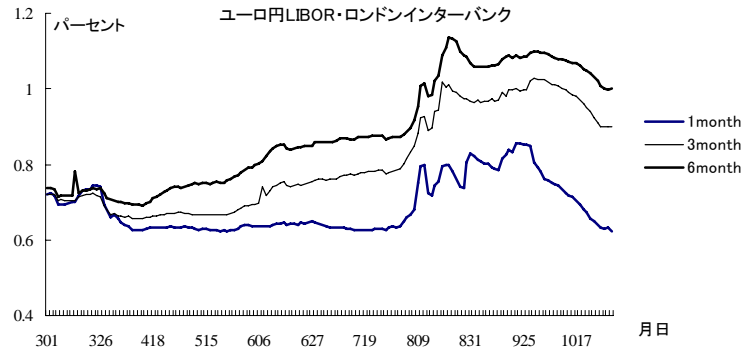


図-3 インターバンク市場・ユーロ円

[1]TIBOR・東京インターバンク, 1か月(T1), 3か月(T3), 6か月(T6)

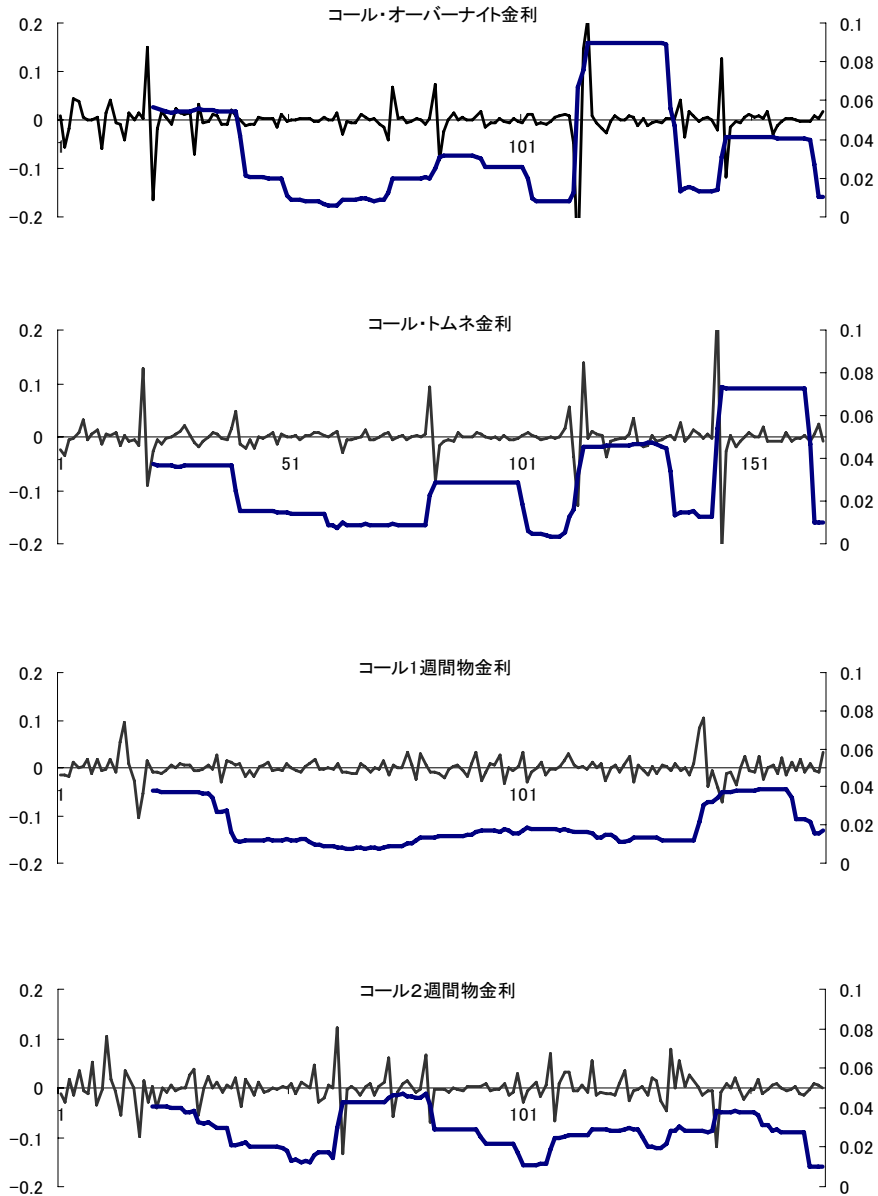


[2]LIBOR・ロンドンインターバンク, 1か月(L1), 3か月(L3), 6か月(L6)



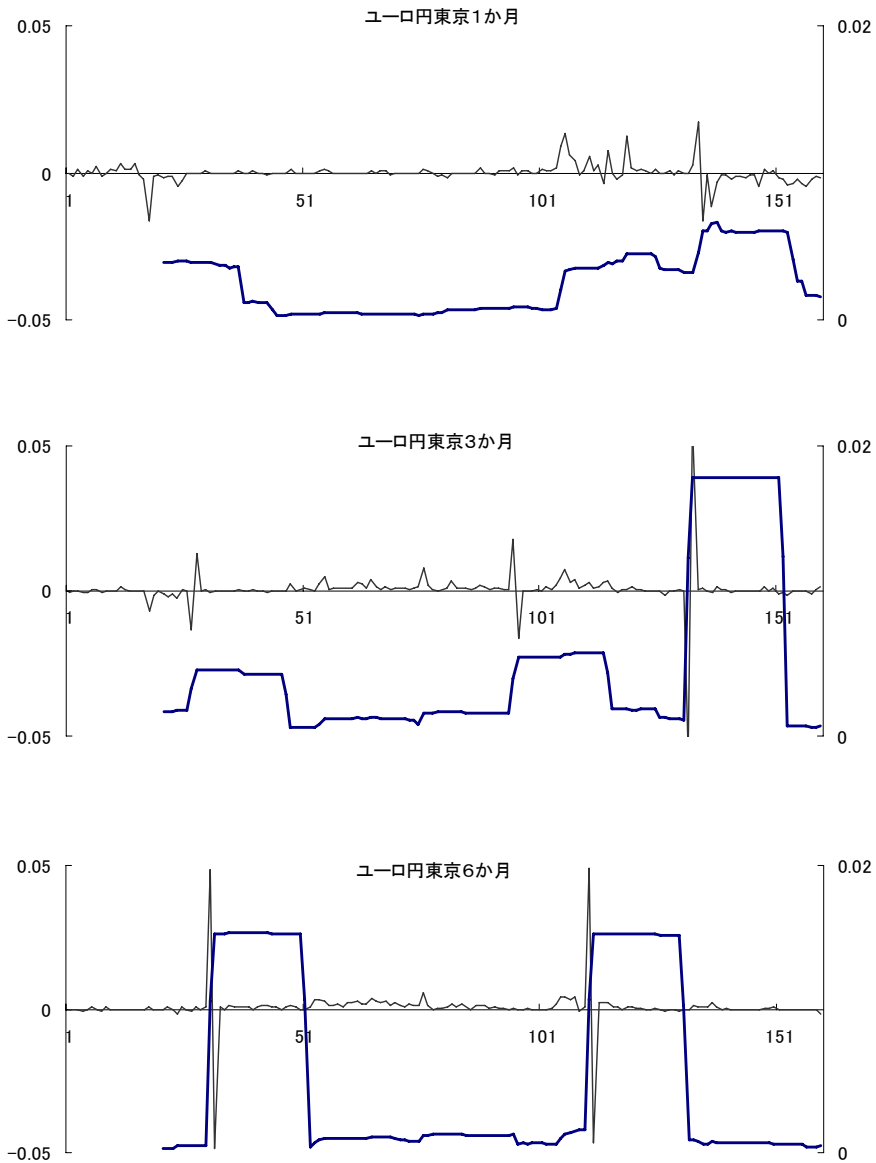
	T1	T2	T3	L1	L2	L3
歪 度	0.89451	0.21689	0.03997	0.92336	0.47493	0.30412
尖 度	-0.60649	-0.15960	-0.15650	-0.51505	-1.13849	-1.41504
平 均	0.64984	0.73991	0.80397	0.68789	0.80595	0.87956
メ ディアン	0.62818	0.73091	0.81000	0.64500	0.76125	0.86031
標 準 偏 差	0.03994	0.07710	0.08246	0.07024	0.12947	0.14382

図-4 コールレートの収益率変化とヒストリカルボラティリティ\*



\*当日と前日の対数変化率を求め、各日ごとに20期過去までの標準偏差を計算した。標準偏差を1年間(250日)算に統一するため、250の平方根を掛ける必要があるが省略している。

図-5a ユーロ円東京レートの収益率変化とヒストリカルボラティリティ\*



\*当日と前日との対数変化率を求め、毎期に過去20期の標準偏差を計算した。標準偏差を1年換算にするため、250日の平方根を掛ける必要があるが省略している。

図-5b ユーロ円ロンドン・レートの収益率変化とヒストリカルボラティリティ

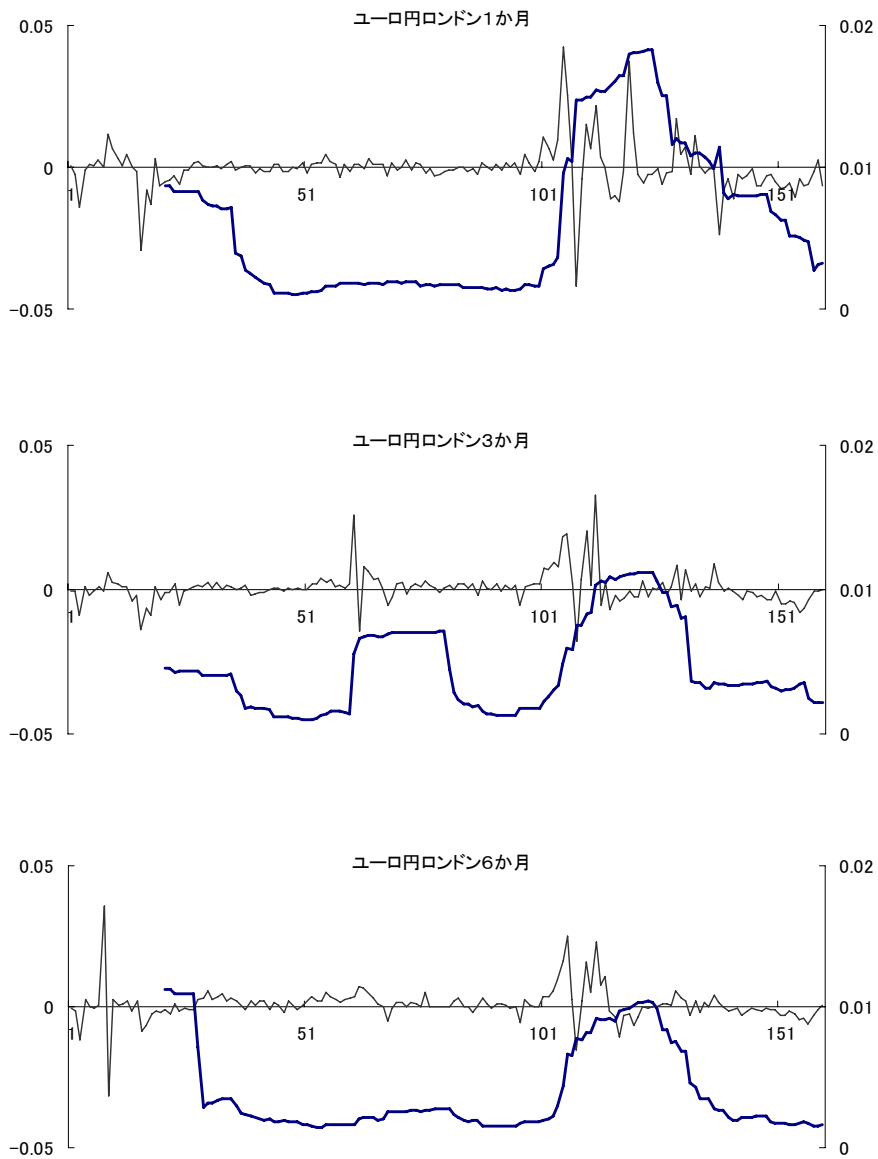


表-2 ユーロ円市場収益率の尖度と歪度

	YT1L	YT3L	YT6L	YL1L	YL3L	YL6L
尖度	13.130	54.615	36.551	11.473	10.433	14.652
歪度	-0.014	-0.063	0.000	0.613	1.891	0.982

ユーロ円市場においても、コール市場と同様のことが言える。3か月金利収益率は、データ3種類の中で、東京市場はボラティリティが最大となる一方、ロンドン市場では最小となっている。また、両市場においては、1か月金利よりも3か月金利のボラティリティが大きくなっている。両市場の統計量の特徴は同じという結論を導くことはできないが、ヒストリカルボラティリティは一定ではなく、変化していることは明らかであろう。すなわち、この金利市場においてもボラティリティー一定の仮定は現実の値とは符合しないのである。

東京市場とロンドン市場の相違については、図-5aと図-5bを対比すると、そのほかいくつかの相違点をあげることができる。(1)東京市場は、いくつかの突発的な平均からの乖離、すなわちいくつかの異常値の発生から、ボラティリティも高くふれている。(2)これに対して、ロンドン市場では、いくつかの変動局面があり、そこでは変動によってボラティリティが連動している。東京が単発的であるのに対して、ロンドン市場では、変動局面にはいると、ダイナミックに動いていることがわかる。(3)ボラティリティの大きさは、確率変動をする最大利益か最大損失(VaR: Value at Risk)の指標である。単発的で相対的に低いボラティリティの東京市場に比べ、ロンドン市場は変動局面がダイナミックでボラティリティも相対的に大きな部分が多い。つまり、東京市場に比べて、ロンドン市場は東京市場よりも投資家にとって魅力的といえよう。

以上の標本データからの統計的特性とグラフ形状から、誤差項や分散は一定なものではなく、ボラティリティは変化していることを明らかにする必要がある。我々は、次に最終節で、ボラティリティが実際にはどのように変動しているか、いくつかの計量分析によりボラティリティの変動を検証する。

#### 4.推定方法とモデル

コールやユーロ円金利はインターバンク市場金利である。そこは、金融政策実施の場所である一方、金融資産投資の需給関係が直接反映される場所である。ところで、投資家がいくつかの投資案件や投資プロジェクトから自らの投資先を選ぶとき、投資順序の指針としてボラティリティを一般に使用する。金融資産の変動が確率的であり、その将来の確率変動を占うとき、標準偏差が危険の尺度として用いられる。よく利用されるように、標準偏差は $\sigma$ とか $2\sigma$ とよばれて、平均値を中心とした将来の確率変数の変動に関する区間確率を与える。標本分散と標本平均が、母分散と母平均に同じかも知れないくらいに等しければ、標本平均からの乖離の誤差確率を求めることができる。

たとえば、ある平均水準が求まり、分散と標準偏差が計算されて、標本と統計量の検定が有意であれば、一定の確率のもとでの最大利益と最大損失を求めることができる。この最大に損をするかも知れない可能性は、VAR(Value at Risk)と知られているが、投資家はこれが大きいほど当該の投資案件を選択しない。なぜなら、投資家は危険を避ける傾向にあるのが一般的であり、また、同一の利益であるなら、よりリスクの小さな投資案件を選択する。したがって、投資対象となっている金融資産について、そのボラティリティの大きさは、投資家にとっては最大の関心事となっている。

計量経済モデルで、金融資産などの確率の変動を想定した経済変数の不確実性は、誤差項の分散で把握している。この分散の平方根である標本標準偏差が、ボラティリティとなっている。これまで、2から4節で見てきたように、収益率のボラティリティは時間経過と共に一定ではなく、時間と共に変化している。このようなボラティリティの動き、つまり分散の動きは、いくつかの方法によりモデル化することが可能である。すなわち、誤差項にいくつかの異なる仮定をおくことで、金融変数の変動を明らかにすることができる。

すべての金融変数が同一のモデルで定式化することは困難であろうが、

定式化が異なるとしてもそれぞれが統計的に有意であれば、一定有限な分散という想定は誤りであることの証拠となりうるだろう。また、これらの推定法の利用は、誤差項についてそれがホワイトノイズであるか、つまり (a) 誤差項の期待値はゼロ、(b) 誤差項に系列相関がない、(c) 誤差項の分散は同じである等の最小二乗推定法的前提が満たされない場合に使われるものである。特に、(b) と (c) が満たされないとすれば、時間の変化と共に分散は変化しているという主張が受け入れられることとなる。

さらに本稿では、(I) 誤差項に系列相関のある 1 次の系列相関モデル・(AR1)、(II) 分散について不均一・(ARCH)、(III) 単純な自己回帰モデル・(ARMA) を想定する。推定結果が (I) となれば、1 階の自己回帰として変動が記述されてしまい、変動はノイズだけで決まってしまう。このケースは、ランダム・ウォークとして知られている。また、ノイズはトレンドと変動の振幅に規則性を持たないから、ボラティリティの時間変動は支持できないこととなる。

本稿では、特に II の条件付き分散不均一自己回帰モデル (ARCH) を利用して、時間の変化と共に変化するボラティリティの当てはまり具合をテストする。また、II のケースが有意であれば、前述のように分散は時間と共に、何かの変動を表していることとなり、分散一定という仮定は放棄せざるを得ない。

III のケースは、大きなドリフトやノイズがない、いわゆる変数が定常過程にあれば、当てはまりの良さから予測に役立つ。しかし、(III) のケースで推定値が有意であれば、変数の系列は定常となり、どの時点においても確率分布は同じで平均と分散は一定となるから、ボラティリティは変化するという主張は支持されなくなる。ボラティリティは変化するかはどうかは、ARCH が当てはまるか、ARMA が当てはまるか、われわれは二分法で判断する。

最初にテストする推定法は、標本が時系列データであることを考慮して、誤差項に 1 次の系列相関があるモデルと仮定して、それを推定する。これらのモデルは、次のように書ける。

(I) AR1 モデル・系列相関モデル

$$Y_t = \beta + \alpha Y_{t-1} + u_t, u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$E(\varepsilon_t) = 0, E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2, E(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_s) = 0$$

(II) ARCH モデル・条件付き分散不均一自己回帰モデル

$$\varepsilon_t^2 = \beta + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \eta_t$$
$$E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = \beta + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$
$$E_{t-1}(\varepsilon_t^2) \equiv \sigma_t^2$$
$$\sigma_t^2 = \beta + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2, \quad ARCH(q)$$

ARCH モデルは、誤差項二乗の AR( $q$ )モデルであり、上記の最後の式がボラティリティを直接に表している。また、過去の予期しなかった変動の和として分散は定義される。簡単に言えば、ボラティリティの説明変数に、予測誤差の二乗を加えたものが ARCH モデルである。さらに過去のボラティリティを加えて、当てはまりの良さを求めるものは GARCH モデルとして提案されている。

$$\sigma_t^2 = \beta + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \lambda_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \lambda_p \sigma_{t-p}^2, \quad GARCH(q, p)$$

本稿では、GARCH 推定も行った。日経平均株価、コール、ユーロ円市場金利推定で、いくつかの有意な結論を得ることができた。しかし、どれが一番優れたものであるかどうかは、判断し得ない場合が多い。

(III) ARMA モデル・時系列モデル

$$Y_t = \beta + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + u_t + \gamma_1 u_{t-1} + \gamma_2 u_{t-2} + \dots + \gamma_q u_{t-q}, \quad ARMA(p, q)$$

(III)は、一般型であり、自己回帰部分(AR)と誤差の移動平均(MA)の和からなる。次数は、 $p$  と  $q$  であり、自己相関係数と偏自己相関係数の  $t$  値と形状によって次数が決定される。

本稿では、ボラティリティの時間変動を調べるため、ARCH, GARCH, ARMA および AR と MA について、適当な次数を 4 次まで代入して比較検討を行った。このうち、統計的に有意なものは、付録の推定結果に要



約されている。なお、統計量について、推定値に付随する統計量は  $t$  値、 $P$ -value はその仮説が誤りである確率を表している。 $P$  が 0.236 であれば、当該の推定量が誤った結論である確率が 23.6 %であることを示している。 $R^2$  は自由度調整済み決定係数、 $B.I.C$  はシュワルツのベイズ情報量基準を表す。いくつかの回帰方程式を考える際に、他の統計量と共に、最小の  $B.I.C$  になるように選択すればよい。なお、 $R^2$  とは異なる情報を与えるかも知れない。

## 5. 推定結果

使用したデータは、日経平均株価終値 1970 年 1 月～2007 年 8 月の月次データ 432、出所は日経平均プロフィールを利用した。コール市場オーバーナイト金利、トムネ金利、は無担保コールレートの日足データである。また、ユーロ円東京市場 1, 2, 3 か月は全銀協公表 360 日物のオフショア市場平均、ユーロ円ロンドン市場 1, 2, 3 か月は英国銀行協会 (BBA) 公表 360 日物の銀行間出し手レート平均であり、セントラル短資 (株) のヒストリカルデータベースを利用した。また、統計処理に使用したパッケージは、TSP (Time Series Processor) Version 5.0/Givewin 2.30 を使用した。付録では、推定値について  $t$  値と  $P$  値を満足するものを整理している。また、回帰式の変数選択基準としてシュワルツの情報基準を掲載しているが、値に大差はなく選択について決定的な優劣はないようにみなせるだろう。

日経平均株価の対数収益率の推定結果は、付録の A に要約されている。日経平均株価のボラティリティ変動は、すべての推定値で ARCH 系列が優れたパフォーマンスを示している。ARCH (1), GARCH (1,1) の推定結果が良いパフォーマンスを示しており、株価のヒストリカルボラティリティは、時間変動と共に一定ではない可能性がかなり高いと言える。この結果、株式市場にはヒストリカルボラティリティの変動が予想されるため、予測方法次第では利益機会が期待できる。

B には、コール市場の推定結果が示されている。オーバーナイト、トムネ、1 週間物については、 $B.I.C$  がさほど差が開いていないため、 $t$  値

から見れば、AR(1)のパフォーマンスが相対的に高く、完全なランダムウォークであると結論づけることができる。したがって、翌日、翌々日、1週間をレンジとするような変数においては、確率的でランダムに変化している可能性が高い。しかし、2週間物へと時間間隔が延長されると、ARCH(1)も相対的に有力なパフォーマンスを示している。したがって、時間間隔が延びていけば、コール市場金利はランダム変動から、時間変化と共にヒストリカルボラティリティもある一定の値を示す可能性が出ている。

C-1にはユーロ円東京市場の推定結果が要約されている。これらの値からは、1か月や3か月の期間であれば、コール市場と同じようにランダム変動している可能性が高い。また、3か月、6か月と約定期間が長いものほど、ARCH近似の推定量が高いパフォーマンスを示している。

ユーロ円ロンドン市場の統計結果は、C-2に示される。これも、東京市場と同様のパフォーマンスを示している。特に、3か月物のARCHの統計量の出力は強力で、期間が長くなることによって、ヒストリカルボラティリティが変動することがわかる。なお、6か月におけるARCH推定については、計算過程でゼロ近似されるものがあられて、統計的に有意な数値を得ることができなかった。今後の課題である。

## おわりに

金融工学の基本モデルでは、構造的に、ヒストリカルボラティリティの変動が組み込まれていない。オプションプレミアムを計算する時は、過去の分散から株式価格の出現確率を求め、割引価値を計算するから、ボラティリティは初めから組み込まれているように錯覚する。しかし、無危険金利と適当な株式の裁定条件からモデルは構築されるため、リスクニュートラルな投資家とボラティリティ一定を前提としている。

本稿では、ボラティリティの時間変動を推定した。この結論は、株式価格がランダムウォークをしている可能性は低く、ヒストリカルボラティリティは気紛れに変化している。一方、短期金利は短期ではランダムウォークをしている可能性が高いが、期間が延びればARCH推定が有意

になる。すなわち、ボラティリティは変化することが明らかとなった。変数がランダムな変動をする限り、すなわち市場が効率的であれば、何かの予測モデルを作成して予測することは無意味である。この意味で、超短期金利市場ではモデルによる予想は意味がない。しかし、期間が延びるにつれてボラティリティは変化することが明らかであるから、予想は大きな意味を持つてくると言える。

#### 参考文献

- (1) 祝迫得夫, 「日本の株式市場のパズル」, 『ファイナンシャル・レビュー』 March-2004
- (2) J.D.ハミルトン著, 沖本竜義・井上智夫訳, 『時系列解析 下 非定常/応用定常過程編』シーピーエー出版, 2006
- (3) 渡部敏明, 「日経 225 オプションデータを使った GARCH オプション格付けモデルの検証」, 『金融研究』第 22 巻別冊第 2 号, 2003 年
- (4) 渡部敏明・佐々木浩二, 「ARCH 型モデルと “Realized Volatility” によるボラティリティ予測とバリュー・アット・リスク」, 『金融研究』第 25 巻別冊第 2 号, 2006 年
- (5) Bhardwaj, G., and Norman R. Swanson, "An Empirical Investigation of the Usefulness of ARFIMA Models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series," *Journal of Econometrics*, 131 (1-2), 2006
- (6) Ballie, Richard T., Tim Bollerslev, and Hans Ole Mikkelsen, "Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 74 (1), 1996.
- (7) Bollerslev, Tim, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 31 (3), 1986.
- (8) Hurvich, C.M., Moulines, E. and Soulier, P. "Estimating long memory in volatility," *Econometrica*, 73, 2005.
- (9) Engle, R.F., "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of nited Kingdom Inflation," *Econometrica*, 50, 1982.
- (10) Nelson, C., *Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting*, Holden-day, Inc, 1973
- (11) Nelson, D.B., "Conditonal heteroskedasticity in asset returns: a new approach," *Econbometrica*, 59, 1991.

付録・推定結果

モデル

$$ARCH(q) : \sigma_t^2 = \beta + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \eta_t$$

$$GARCH(q, p) : \sigma_t^2 = \beta + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \lambda_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \lambda_p \sigma_{t-p}^2$$

$$ARMA(p, q) : r_t = \beta + \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \dots + \phi_p r_{t-p} + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} + \dots + \theta_q u_{t-q}$$

$$AR(p) : r_t = \beta + \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \dots + \phi_p r_{t-p} + u_t$$

$$MA(q) : r_t = \beta + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} + \dots + \theta_q u_{t-q}$$

表-A・日経平均株価終値（標本：月次データ432・1970～2007）

次数	推定値（t統計量）	P-value
NAR=1 (ARCH)	$\beta$ 0.00044 (9.166)	0.000
	$\alpha_1$ 0.18729 (2.6075)	0.009
NAR=2 (ARCH)	$\beta$ 0.00036 (6.385)	0.000
	$\alpha_1$ 0.16537 (2.712)	0.030
	$\alpha_2$ 0.18122 (2.337)	0.019
NAR=1, NMA=1 (GARCH)	$\beta$ 0.00000 (1.186)	0.236
	$\alpha_1$ 0.08695 (2.528)	0.011
	$\lambda_1$ 0.90245 (25.3282)	0.000

表-B・コール市場・オーバーナイト収益率（標本：日次データ146・2007May～Sep）

次数	推定値（t統計量）	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR1)	$\phi_1$ 0.98216 (75.1696)	0.000	0.927 (-513)
NAR=2 (AR2)	$\phi_1$ 1.29003 (16.3115)	0.000	0.934 (-518)
	$\phi_2$ -0.31056 (-3.94466)	0.000	
NAR=1, NMA=1 [ARMA(1, 1)]	$\phi_1$ 0.977207 (62.5254)	0.000	0.931 (-516)
	$\theta_1$ -0.21380 (-2.59044)	0.010	

R<sup>2</sup>: Adjusted R-squared, B. I. C: Schwartz Bayes Information Criterion

トムネ収益率

次数	推定値 (t 統計量)	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR1)	$\phi_1$ 0.98221 (69.7004)	0.000	0.912 (-529)
NAR=2 (AR2)	$\phi_1$ 1.42037 (19.0430) $\phi_2$ -0.44362 (-5.9643)	0.000 0.000	0.931 (-543)
NAR=1, NMA=1 [ARMA(1, 1)]	$\phi_1$ 0.96897 (49.5620) $\theta_1$ -0.57370 (-8.0847)	0.000 0.000	0.934 (-547)

1週間物収益率

次数	推定値 (t 統計量)	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR)	$\phi_1$ 0.98825 (131.0150)	0.000	0.961 (-692)
NAR=2 (AR)	$\phi_1$ 1.37877 (17.9623) $\phi_2$ -0.38958 (-5.1137)	0.000 0.000	0.967 (-702)
NAR=1, NMA=1 [ARMA(1, 1)]	$\phi_1$ 0.98395 (93.0073) $\Phi_1$ -0.53677 (-7.4694)	0.000 0.010	0.969 (-707)

2週間物収益率

次数	推定値 (t 統計量)	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR)	$\phi_1$ 0.98901 (115.010)	0.000	0.896 (-629)
NAR=2 (AR)	$\phi_1$ 1.22019 (15.0612) $\phi_2$ -0.23133 (-2.87065)	0.000 0.004	0.903 (-631)
NAR=1, NMA=1 [ARMA(1, 1)]	$\phi_1$ 0.99618 (92.3967) $\Phi_1$ -0.26088 (-3.2253)	0.000 0.010	0.903 (-631)

次数	推定値 (t 統計量)	P-value
NAR=1 (ARCH)	$\beta$ 0.00035 (1.534) $\alpha_1$ 0.95779 (30.530)	0.125 0.000

表-C-1・ユーロ円東京市場・1か月物

次 数	推 定 値 ( t 統計量)	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR1)	$\phi_1$ 0.98854 (97.4629)	0.000	0.963 (-897)
NAR=2 (AR2)	$\phi_1$ 1.31825 (16.4269) $\phi_2$ -0.33097 (-4.1403)	0.000 0.000	0.967 (-902)
NAR=1, NMA=1 [ARMA(1, 1)]	$\phi_1$ 0.98384 (74.9774) $\theta_1$ -0.34883 (-4.3453)	0.000 0.000	0.967 (-902)

3か月物

次 数	推 定 値 ( t 統計量)	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR1)	$\phi_1$ 0.97643 (53.5143)	0.000	0.920 (-702)
NAR=2 (AR2)	$\phi_1$ 1.37120 (17.6115) $\phi_2$ -0.40421 (-5.1922)	0.000 0.000	0.933 (-712)
NAR=1, NMA=1 [ARMA(1, 1)]	$\phi_1$ 0.95802 (38.7608) $\theta_1$ -0.4952 (-6.5976)	0.000 0.000	0.935 (-715)

次 数	推 定 値 ( t 統計量)	P-value
NAR=1 (ARCH)	$\beta$ 0.00000 (1.1684) $\alpha_1$ 0.84444 (8.2291)	0.243 0.000

6か月物

次 数	推 定 値 ( t 統計量)	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR1)	$\phi_1$ 0.97509 (51.8208)	0.000	0.921 (-682)
NAR=2 (AR2)	$\phi_1$ 1.36906 (17.5813) $\phi_2$ -0.40404 (-5.1886)	0.000 0.000	0.934 (-692)
NAR=1, NMA=1 [ARMA(1, 1)]	$\phi_1$ 0.95597 (37.5958) $\theta_1$ -0.49023 (-6.5055)	0.000 0.000	0.936 (-695)

次 数	推 定 値 ( t 統計量)	P-value
NAR=1 (ARCH)	$\beta$ 0.00000 (1.2950) $\alpha_1$ 0.97100 (4.1365)	0.195 0.000

表-C-2・ユーロ円ロンドン・1か月物

次 数	推 定 値 ( t 統計量)	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR1)	$\phi_1$ 0.99060 (107.4790)	0.000	0.971 (-781)
NAR=1, NMA=1 [ARMA(1, 1)]	$\phi_1$ 0.98996 (101.1000) $\theta_1$ -0.05281 (-0.6175)	0.000 0.537	0.971 (-779)
NAR=2, NMA=1 [ARMA(2, 1)]	$\phi_1$ 1.92130 (26.3518) $\phi_2$ 1.31825 (16.4269) $\theta_1$ -0.34883 (-4.3453)	0.000 0.000 0.000	0.973 (-782)
NAR=2, NMA=2 [ARMA(2, 2)]	$\phi_1$ 1.72513 (15.2351) $\phi_2$ -0.73161 (-6.51435) $\theta_1$ 0.87654 (7.3128) $\theta_2$ -0.40469 (-4.9499)	0.000 0.000 0.000 0.000	0.975 (-784)

3か月物

次 数	推 定 値 ( t 統計量)	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR1)	$\phi_1$ 0.99016 (95.5392)	0.000	0.948 (-816)
NAR=2 (AR2)	$\phi_1$ 1.18290 (14.1684) $\phi_2$ -0.19401 (-2.3276)	0.000 0.020	0.950 (-816)
NAR=2, NMA=1 [ARMA(2, 1)]	$\phi_1$ 1.87038 (19.0499) $\phi_2$ -0.87503 (-9.0395) $\theta_1$ 0.73608 (5.2663)	0.000 0.000 0.000	0.953 (-817)

次 数	推 定 値 ( t 統計量)	P-value
NAR=1 (ARCH)	$\beta$ 0.00000 (1.057)	0.290
	$\alpha_1$ 0.94712 (19.4881)	0.000

## 6か月物

次 数	推 定 値 ( t 統 計 量 )	P-value	R <sup>2</sup> (B. I. C)
NAR=1 (AR1)	$\phi_1$ 0.99060 (107.4790)	0.000	0.971 (-781)
NAR=1, NMA=1	$\phi_1$ 0.98996 (101.1000)	0.000	0.971 (-779)
[ARMA(1, 1)]	$\theta_1$ -0.05281 (-0.6175)	0.537	
NAR=2, NMA=1	$\phi_1$ 1.92130 (26.3518)	0.000	0.973 (-782)
[ARMA(2, 1)]	$\phi_2$ 1.31825 (16.4269)	0.000	
	$\theta_1$ -0.34883 (-4.3453)	0.000	
NAR=2, NMA=2	$\phi_1$ 1.72513 (15.2351)	0.000	0.975 (-784)
[ARMA(2, 2)]	$\phi_2$ -0.73161 (-6.51435)	0.000	
	$\theta_1$ 0.87654 (7.3128)	0.000	
	$\theta_2$ -0.40469 (-4.9499)	0.000	