

記数法・・・数(整数)の表記の仕方

1. 10 進法

10 進法で表された  $n$  けたの自然数(正の整数) $N$  について,  $N = a_1a_2a_3\cdots a_n$  とおけば, 一般型として次のように書ける

$$N = 10^{n-1}a_1 + 10^{n-2}a_2 + 10^{n-3}a_3 + \cdots + 10a_{n-1} + a_n \quad 1 < a_1 < 9, 0 < a_2, a_3, \cdots, a_{n-1}, a_n < 9$$

例えば,  $141,421,356 =$

|   |   |             |   |                         |
|---|---|-------------|---|-------------------------|
| 1 | × | 100,000,000 | + | ( $10^8 a_1, a_1 = 1$ ) |
| 4 | × | 10,000,000  | + | ( $10^7 a_2, a_2 = 4$ ) |
| 1 | × | 1,000,000   | + | ( $10^6 a_3, a_3 = 1$ ) |
| 4 | × | 100,000     | + | ( $10^5 a_4, a_4 = 4$ ) |
| 2 | × | 10,000      | + | ( $10^4 a_5, a_5 = 2$ ) |
| 1 | × | 1,000       | + | ( $10^3 a_6, a_6 = 1$ ) |
| 3 | × | 100         | + | ( $10^2 a_7, a_7 = 3$ ) |
| 5 | × | 10          | + | ( $10^1 a_8, a_8 = 5$ ) |
| 6 | × | 1           |   | ( $a_9 = 6$ )           |

2.  $p$  進法 ( $p$  は 2 以上の整数),

$p$  進法で表された  $n$  けたの自然数  $N$  について,  $N = a_1a_2a_3\cdots a_n$

$$N = a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + a_3 p^{n-3} + \cdots + a_{n-1} p + a_n \quad 1 < a_1 < p-1, 0 < a_2, a_3, \cdots, a_{n-1}, a_n < p-1$$

3. 10 進法を  $p$  進法に直すこと。

10 進法の  $N$  を  $p$  進法に直すには, 順次  $p$  で割りあまりを右に書く。

商が  $p$  より小さくなったところで止める。

|   |       |       |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
|---|-------|-------|----|-----|-------|-------|-----|-------|-------|-----|-------|-------|--|-----|-------|---|---|-----|----|---|----|-----|---|----|-----|---|---|-----|--|---|-----|
| <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 40px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>p</math></td><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">N</td><td style="padding: 5px;">余り</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>p</math></td><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;"><math>N_1</math></td><td style="padding: 5px;">⋯ <math>e</math></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>p</math></td><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;"><math>N_2</math></td><td style="padding: 5px;">⋯ <math>d</math></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>p</math></td><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;"><math>N_3</math></td><td style="padding: 5px;">⋯ <math>c</math></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"><math>a</math></td><td style="padding: 5px;">⋯ <math>b</math></td></tr> </table> | $p$   | N     | 余り | $p$ | $N_1$ | ⋯ $e$ | $p$ | $N_2$ | ⋯ $d$ | $p$ | $N_3$ | ⋯ $c$ |  | $a$ | ⋯ $b$ | <p style="text-align: center;">10 進法 (123) → 3 進法 ( ? )</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 40px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">123</td><td style="padding: 5px;">余り</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">41</td><td style="padding: 5px;">⋯ 0</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">13</td><td style="padding: 5px;">⋯ 2</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">⋯ 1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">⋯ 1</td></tr> </table> | 3 | 123 | 余り | 3 | 41 | ⋯ 0 | 3 | 13 | ⋯ 2 | 3 | 4 | ⋯ 1 |  | 1 | ⋯ 1 |
| $p$   | N     | 余り    |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
| $p$   | $N_1$ | ⋯ $e$ |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
| $p$   | $N_2$ | ⋯ $d$ |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
| $p$   | $N_3$ | ⋯ $c$ |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
|   | $a$   | ⋯ $b$ |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
| 3   | 123   | 余り    |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
| 3   | 41    | ⋯ 0   |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
| 3   | 13    | ⋯ 2   |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
| 3   | 4     | ⋯ 1   |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |
|   | 1     | ⋯ 1   |    |     |       |       |     |       |       |     |       |       |  |     |       |   |   |     |    |   |    |     |   |    |     |   |   |     |  |   |     |

$$N(10 \text{ 進法}) \rightarrow a b c d e (p \text{ 進法}) \quad , \quad 123(10 \text{ 進法}) \rightarrow 11120 (3 \text{ 進法})$$

4.  $p$  進法を 10 進法に直すこと。

- (1) それぞれの桁を逆に並べ, (SPI 解説本の説明方法)
- (2)  $1(p^0), p(p^1), p^2, p^3, p^4, \dots$  をかけて合計する

例えば,

5 進法 34201 を 10 進法に変換する ( $p = 5$ )

- (1) 1 0 2 4 3

$$\underline{1} \times 1(p^0) + \underline{0} \times p(p^1) + \underline{2} \times p^2 + \underline{4} \times p^3 + \underline{3} \times p^4$$

- (2)  $1 \times 1 + 0 \times 5 + 2 \times 25 + 4 \times 125 + 3 \times 625 = 2426 \dots 10$  進法の値

(例)

7 進法で記述された次の数の計算をせよ

$$423 + 546$$

解き方

まず 10 進法に変換して計算し, それから 7 進法に戻した方が間違いが少ない。

10 進法に直すと, (これは 4 の例とは逆の求め方, 数学全般の説明)

$$423 \rightarrow 4 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 3 \times 7^0 = 196 + 14 + 3 = 213$$

$$546 \rightarrow 5 \times 7^2 + 4 \times 7^1 + 6 \times 7^0 = 245 + 28 + 6 = 279$$

$$213 + 279 = 492 \quad \text{これを 7 進法に直すと,}$$

|   |     |  |   |
|---|-----|--|---|
| 7 | 492 |  |   |
| 7 | 70  |  | 2 |
| 7 | 10  |  | 0 |
|   | 1   |  | 3 |

$\dots 1302$